



**UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID**  
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS  
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO  
Curso 2018-2019  
**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

**CALIFICACIÓN:** La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.**

La aerolínea "Air", para uno de sus vuelos, ha puesto a la venta 12 plazas de Clase Preferente (P), a 250 euros cada una, 36 plazas de Clase Turista (T), a 150 euros cada una, y 72 plazas de Clase Económica (E), a 100 euros cada una. Se sabe que ha vendido el 90 % del total de las plazas, recaudando un importe de 13 800 euros.

- (0.25 puntos) Determine el número total de plazas vendidas.
- (2.25 puntos) Sabiendo que se han vendido el triple de plazas de clase (T) que de clase (P), obtenga el número de billetes vendidos de cada clase y cuánto dinero se ha recaudado de cada clase.

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.**

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 2 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi x^2}{2} \right) & \text{si } x \leq 1, \\ \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} & \text{si } x > 1, \end{cases}$  se pide:

- (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de  $f(x)$  en  $x = 1$ .
- (0.75 puntos) Determinar, si existe,  $f'(1)$ .
- (1 punto) Calcular el valor de  $\int_0^1 x f(x) dx$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.**

Dados los vectores  $\vec{v} = (1, 0, -1)$  y  $\vec{w} = (1, 1, 0)$ , se pide:

- (1 punto) Calcular un vector que sea ortogonal (perpendicular) a  $\vec{v}$  y a  $\vec{w}$ , que tenga módulo  $\sqrt{3}/2$ , y cuya tercera coordenada sea negativa.
- (0.5 puntos) Calcular un vector  $\vec{u}$  ortogonal a  $\vec{v}$  y tal que  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  sean linealmente independientes.
- (1 punto) Hallar la proyección del punto  $P(5, 1, -1)$  sobre el plano que pasa por el origen de coordenadas y contiene a los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.**

Dados dos sucesos aleatorios  $A$  y  $B$ , con probabilidades respectivas  $P(A) = 0.4$  y  $P(B) = 0.5$ , se denota por  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$  a los sucesos complementarios de  $A$  y  $B$ . Se pide:

- (1 punto) Suponiendo que  $A$  y  $B$  son independientes, calcular  $P((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}))$ .
- (1 punto) Suponiendo que  $A$  y  $B$  son incompatibles, calcular  $P((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}))$ .
- (0.5 puntos) Si  $P(A \cup B) = 0.9$ , ¿son  $A$  y  $B$  independientes?

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 1 & m & 2 \\ m & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Se pide:

- a) (0.5 puntos) Calcular los valores de  $m \in \mathbb{R}$  para los cuales  $B$  no tiene inversa.
- b) (1 punto) Para  $m = 1$ , calcular la inversa de la matriz  $B$ .
- c) (1 punto) Para  $m = 2$ , calcular la matriz producto  $A^t B$  (donde  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ ) y el determinante de la matriz  $A^2 B$ .

### Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función  $f(x) = \frac{1}{2(x-1)}$ , se pide:

- a) (1.25 puntos) Determinar las asíntotas de la curva  $y = f(x)$  y estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f(x)$ .
- b) (1.25 puntos) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva  $y = f(x)$  y la recta  $2x + 4y = 7$ .

### Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} x - y = 5 \\ y + z = 1 \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x + z = 3 \\ y + z = 4 \end{cases}$ , se pide:

- a) (1.25 puntos) Escribir unas ecuaciones paramétricas de cada una de las dos rectas y determinar la posición relativa de ambas.
- b) (1.25 puntos) Dado el punto  $P(5, 0, 1)$ , de la recta  $r$ , obtener un punto  $Q$ , de la recta  $s$ , de modo que el triángulo  $OPQ$  sea rectángulo, con ángulo recto en  $O(0, 0, 0)$ , y calcular las longitudes de los tres lados de dicho triángulo.

### Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una compañía de mensajería tiene una probabilidad del 2% de dañar cada uno de sus envíos. Asumimos que las probabilidades de que varios envíos distintos resulten dañados son independientes entre sí. Se pide:

- a) (0.5 puntos) Hallar la probabilidad de que en un lote de 10 paquetes hayan llegado con desperfectos exactamente 2 envíos.
- b) (0.5 puntos) Hallar la probabilidad de que en un lote de 10 paquetes hayan llegado con desperfectos 2 o más envíos.
- c) (1.5 puntos) Usando la aproximación por la normal adecuada, hallar la probabilidad de que en un lote de 2000 paquetes hayan llegado exactamente 30 paquetes defectuosos.

## DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si  $Z$  tiene distribución  $N(0, 1)$ ,  $P(Z < 0,45) = 0,6736$ .

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

---

#### OPCIÓN A

##### Ejercicio 1.

- a) Obtener el resultado correcto: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento del sistema: 1.5 puntos (0.5 por cada ecuación). Resolución: 0.5 puntos (repartidos en procedimiento: 0.25, cálculos: 0.25). Obtener el dinero recaudado por cada clase: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 2.

- a) Calcular cada límite lateral: 0.25 puntos. Deducir que  $f$  es continua: 0.25 puntos.
- b) Calcular cada derivada lateral: 0.25 puntos. Deducir que  $f$  no es derivable en  $x = 1$ : 0.25 puntos.
- c) Plantear la integral: 0.25 puntos. Calcular la primitiva: 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 3.

- a) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.
- b) Dar un vector válido: 0.25 puntos. Justificación: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

##### Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

#### OPCIÓN B

##### Ejercicio 1.

- a) Procedimiento: 0.25 puntos. Resultado: 0.25 puntos.
- b) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.
- c) Escribir  $A^t$ : 0.25 puntos. Calcular  $A^t B$ : 0.25 puntos. Calcular el determinante de  $A^2 B$ : 0.5 puntos.

##### Ejercicio 2.

- a) Asíntota vertical: 0.25 puntos. Asíntota horizontal: 0.25 puntos. Calcular  $f'(x)$ : 0.25 puntos. Crecimiento: 0.5 puntos.
- b) Hallar los puntos de corte de la recta y la curva: 0.25 puntos. Plantear la integral definida: 0.5 puntos. Calcular la primitiva: 0.25 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 3.

- a) Escribir unas ecuaciones paramétricas: 0.25 puntos, para cada recta. Ver que los vectores directores son proporcionales: 0.5 puntos. Comprobar que  $r$  y  $s$  no son coincidentes: 0.25 puntos. Si estudia la posición relativa de otro modo, se calificará esta tarea con 0.75 puntos (0.5 por el procedimiento y 0.25 por el resultado).
- b) Imponer la ortogonalidad: 0.25 puntos. Determinar  $Q$ : 0.25 puntos. Longitud de cada lado: 0.25 puntos.

##### Ejercicio 4.

- a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Parámetros de la normal: 0.5 puntos. Tipificar: 0.5 puntos. Obtener la probabilidad pedida: 0.5 puntos.